Közgazdász Fórum
Forum on Economics and Business
17 (1–2), 180–204.

2014/1–2

Térgazdasági struktúrák és regionális egyenlőtlenségek

Spatial economic structures and regional inequalities

ISTVÁN BESSENYEI – LEHEL GYÖRFY

This study analyses the problem of the spatial structure of the economy and the regional inequalities in the conceptual frame of Leontief's input-output modell. It takes into account the improvement possibilities of the regions which are unable to sustain themselves, indicating that severe regional inequalities can be caused by the non-adequate level and distribution of gross outputs, the real rigidities on the interregional market and the inefficient production technology. In our study we use the Simon-Hawkins conditions and the Perron-Frobenius theorem, both being frequently used in input-output model applications, and, in addition to these, we take into account Gerschgorin's theorem regarding the eigen value constraint.

Keywords: spatial models, spatial production analysis.

JEL codes: C21, R30.

Kiadó: Romániai Magyar Közgazdász Társaság és a Babeș–Bolyai Tudományegyetem Közgazdaság- és Gazdálkodástudományi Karának Magyar Intézete

ISSN: 1582-1986 www.econ.ubbcluj.ro/kozgazdaszforum

Térgazdasági struktúrák és regionális egyenlőtlenségek

BESSENYEI ISTVÁN[1] – GYÖRFY LEHEL[2]

Jelen tanulmány Leontief input-output modelljének fogalmi rendszerében elemzi a gazdasági térszerkezet és regionális egyenlőtlenségek kérdését. Számba veszi az önmaguk fenntartására képtelen régiók helyzetének javítására rendelkezésre álló lehetőségeket, megmutatva, hogy a súlyos regionális egyenlőtlenségeket egyaránt okozhatja a regionális bruttó kibocsátások nem megfelelő színvonala, illetve megoszlása, az interregionális piacon fennálló reál merevségek, illetve a nem eléggé hatékony termelési technológia. Az input-output modellek alkalmazása során gyakran használt Simon–Hawkins-feltételek és Perron–Frobenius-tételek mellett elemzésünk során Gerschgorin sajátértékek korlátaira vonatkozó tételét is felhasználjuk.

Kulcsszavak: térgazdasági modellek, térbeni termelés.
JEL-kódok: C21, R30.

Bevezetés

Az utóbbi időben egyre inkább az érdeklődés középpontjába kerül a gazdasági folyamatok térbeliségének kérdése. Az erre irányuló vizsgálódások a magas szinten aggregált makrogazdasági adatoknak immár nem csupán ágazatok, hanem régiók szerinti dezaggregálását is szükségessé teszik. Ezek a részletesebb adatok azonban nem minden esetben állnak rendelkezésre, ismeretes például, hogy a Központi Statisztikai Hivatal csak a jövőben kerül majd abba a helyzetbe, hogy évről évre közölje az ágazati kapcsolatok mérlegét. Mindez arra kényszeríti a térgazdaságtan problémáival foglalkozókat, hogy vizsgálódásaik során le-

[1] PhD, docens, Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar, Közgazdasági és Regionális Tudományok Intézete, e-mail: essenyei@ktk.pte.hu.
[2] PhD, adjunktus, Babeş–Bolyai Tudományegyetem, Közgazdaság- és Gazdálkodástudományi Kar, Közgazdaság- és Gazdálkodástudományi Magyar Intézet, e-mail: lehel.györfy@econ.ubbcluj.ro.

hetőleg szerény adatigényű modelleket alkalmazzanak. Egy ilyen, szerény adatigényű modell regionális gazdaságtani alkalmazási lehetőségeit mutatja be ez a dolgozat. Modellünk, Leontief input-output modelljének azonban más előnye is van: az erre épülő elemzéseket fejlett matematikai apparátus támogatja. Ezen apparátus regionális közgazdaságtan területén történő felhasználási lehetőségeit is sorra vesszük a következőkben. Az első szakaszban áttekintjük, hogy Leontief input-output modelljének alkalmazásához milyen adatokra van szükség, és ezekből az adatokból miként épül fel a modell. Ismertetjük annak mikroökonómiai értelmezését, ami rávilágít a modell mögött meghúzódó feltevésekre, s így tisztázhatjuk, hogy e feltevések mennyiben jelentik az általánosság megszorítását. A második szakaszban a regionális egyenlőtlenségekkel foglalkozunk, és az ezek felszámolását megalapozó matematikai apparátust tekintjük át. Ennek a matematikai apparátusnak a felhasználására a harmadik szakaszban kerül sor. Következtetéseinket a negyedik szakaszban foglaljuk össze, megjelölve egyúttal a további kutatások néhány lehetséges irányát.

Adatok

A modell felírása során exogén adottságnak tekintjük a termelési technológiát, endogén változónak a regionális nominális bruttó kibocsátások és regionális árszínvonalak vektorát. Feltesszük, hogy a technológia meghatározásához egyetlen megfigyelés áll rendelkezésünkre. Az endogén változók empirikusan megfigyelhető nagyságaira utaló szimbólumokat felülvonással látjuk el.

Legyen ismert az egyes régiókban előállított nominális bruttó kibocsátás, és foglaljuk össze ezeket az adatokat az $\overline{\mathrm{x}}^{\mathrm{n}}$ vektorban, ahol az n felső index arra utal, hogy a vektor elemei nominális nagyságok! Tegyük fel, hogy a különböző régiók eltérő árakon értékesítik termékeiket, de az i-edik régió az ott előállított termékegységek értékesítéséből $\overline{p}_i$ mértékű bevételhez jut, függetlenül attól, hogy a szóban forgó termékegység hová került értékesítésre. Ezek szerint az i-edik régió termékeinek átlagos árszínvonala: $\overline{p}_i$, és így az i-edik régió reálkibocsátása: $\overline{x}_i = \overline{x}_i^n / \overline{p}_i$, ahol az n felső index elhagyása utal rá, hogy reálnagyságról van szó. Ismertnek tekintjük még az i-edik régió bruttó kibocsátásának azon részét, mely a

j-edik régióban kerül felhasználásra, azaz a $\overline{p}_i r_{ij}$ szorzatot. Mivel az **R** mátrix az egyes régiók közti kereskedelmi forgalom reálnagyságát adja meg, elemeinek jelentése kettős, hisz ami az egyik régió számára bevétel, az a másik régió számára költség. Eszerint r_{ij}

- egyrészt az i-edik régió kibocsátásának azon része, mely a j-edik régióban kerül felhasználásra,

- másrészt a j-edik régióban képződő termelési költség azon része, mely az i-edik régiótól történő vásárlás miatt merül fel.

Természetesen r_{ii} az i-edik régión belüli kereskedelmi forgalom nagyságát jelöli. Vizsgálódásainkat a termelés oldali elemzéssel kezdjük. Eszerint az i-edik régió reálnagyságokban kifejezett kibocsátása az alábbiak szerint kerül felhasználásra:

$$\overline{x}_i = r_{i1} + r_{i2} + \ldots + r_{in} + \overline{y}_i \quad (i = 1, \ldots, n)\,, \tag{1}$$

ahol az $\overline{y}_i$ reziduum az i-edik régió nettó kibocsátása, mely a regionális reáljövedelem nem belső vagy más régiók irányába történő értékesítésből adódó része. Ilyen az export, a kormányzati vásárlások vagy a felhalmozás. A termelési együtthatók bevezetéséhez egyenletünket átalakítjuk az alábbi formára:

$$\overline{x}_i = \frac{r_{i1}}{\overline{x}_1}\overline{x}_1 + \frac{r_{i2}}{\overline{x}_2}\overline{x}_2 + \ldots + \frac{r_{in}}{\overline{x}_n}\overline{x}_n + \overline{y}_i \quad (i = 1, \ldots, n)\,, \tag{2}$$

ahol $r_{ij}/\overline{x}_j$ azt mutatja meg, hogy a j-edik régió bruttó kibocsátásának egységnyi növelése az i-edik régió kibocsátásának milyen mértékű többletfelhasználását teszi szükségessé változatlan regionális felhasználási szerkezet mellett.

A költség oldalú megközelítéssel folytatva, bevételét a j-edik régió az alábbi módon használja fel:

$$\overline{x}_{jn} = \overline{p}_j\overline{x}_j = \overline{p}_1 r_{1j} + \overline{p}_2 r_{2j} + \ldots + \overline{p}_n r_{nj} + \overline{h}_j \;\; (j = 1, \ldots, n).$$

A jobb oldalon álló első n tag az egyes régiókból történő vásárlásokat reprezentálja, az utolsó pedig a regionális hozzáadott érték. Ez finanszírozza a j-edik régióban az amortizációs és importköltségeket, továbbá a régió által fizetett adókat és az esetleges regionális felhalmozást. $\overline{h}_j < 0$ esetén a termelés j-edik régióban történő fenntartása $-\overline{h}_j$ mértékű külső finanszírozást tesz szükségessé. Áttérve átlagköltségekre, mindkét oldalt elosztjuk $\bar{x}_j$-vel:

$$\bar{p}_j = \bar{p}_1 \frac{r_{1j}}{\bar{x}_j} + \bar{p}_2 \frac{r_{2j}}{\bar{x}_j} + \ldots + \bar{p}_n \frac{r_{nj}}{\bar{x}_j} + \frac{h_j}{\bar{x}_j} \quad (j= 1, \ldots, n) \qquad (3)$$

A (2) egyenletben szereplő együtthatókkal formálisan megegyező $r_{ij}/\bar{x}_j$ együtthatók most azt mutatják meg, hogy amennyiben az *i*-edik régió termékeinek árszínvonala egységnyivel emelkedik, ez miként érinti a *j*-edik régió termékeinek árszínvonalát. Áttérve mátrix formára, bevezetjük az

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \bar{x}_2 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & \bar{x}_n \end{pmatrix}$$

mátrixot, melynek főátlójában a regionális bruttó reálkibocsátások állnak. Ennek inverze:

$$\bar{X}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\bar{x}_1} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\bar{x}_2} & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & \frac{1}{\bar{x}_n} \end{pmatrix}$$

A termelés technológiai feltételeit az $\mathbf{A = R\bar{X}^{-1}}$ együtthatómátrix írja le, amit legegyszerűbben úgy kapunk, hogy az **R** mátrix *j*-edik oszlopában szereplő elemeket osztjuk a *j*-edik régió bruttó kibocsátásával. $a_{ij} = r_{ij} / \bar{x}_j$ miatt az **A** mátrix elemei a fent megadott módon értelmezhetők. Most a (2) egyenleteket az alábbi, tömörebb formában írhatjuk fel:

$$\mathbf{\bar{x} = A\bar{x} + \bar{y}},$$

ahol a jobb oldalon álló első tag az $\mathbf{\bar{x}}$ vektor által reprezentált regionális bruttó kibocsátások előállításához szükséges ráfordításokat reprezentálja, míg a második tag továbbra is a nettó kibocsátás. A (3) egyenletek pedig

$$\overline{\mathbf{p}} = \overline{\mathbf{p}}\mathbf{A} + \overline{\mathbf{c}}$$

formában adódnak, ahol $\overline{c}_j = \overline{h}_j / \overline{x}_j$. Itt a jobb oldalon álló első tag az átlagos összköltség, a második pedig az egységnyi bruttó kibocsátásra eső hozzáadott értékek vektora. Megjegyezzük, hogy a regionális bruttó, illetve nettó kibocsátás vektorai most is és a továbbiakban is oszlopvektorok, míg a regionális árszínvonalak és termékegységre jutó működési eredmények sorvektorok. Ezt azonban az egyszerűbb írásmód érdekében nem jelöljük külön.

A továbbiakban abból indulunk ki, hogy a regionális bruttó kibocsátások megváltozása esetén a regionális termelési együtthatók nagysága változatlan marad, és így tetszőleges **x** és **p** vektorokra is fennáll, hogy:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{y}, \text{ illetve } \mathbf{p} = \mathbf{pA} + \mathbf{c}.$$

$\mathbf{x} = \overline{\mathbf{x}}$ esetén természetesen $\mathbf{y} = \overline{\mathbf{y}}$ és $\mathbf{p} = \overline{\mathbf{p}}$ esetén $\mathbf{c} = \overline{\mathbf{c}}$. Másrészt vegyük észre, hogy $\mathbf{x}_0 = \mathbf{Ax}_0 + \mathbf{y}_0$, illetve $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_0\mathbf{A} + \mathbf{c}_0$ esetén tetszőleges $\lambda < 0$-ra: $\lambda\mathbf{x}_0 = \mathbf{A}(\lambda\mathbf{x}_0) + \lambda\mathbf{y}_0$ és $\lambda\mathbf{p}_0 = (\lambda\mathbf{p}_0)\mathbf{A} + \lambda\mathbf{c}_0$. Ez egyrészt úgy értelmezhető, hogy a termelési technológia konstans skálahozadékot reprezentál, másrészt **p** az absztrakt árak vagy az árindexek vektoraként értelmezhető[3]. Legyen pl. $\lambda = 1 / p_1$, ekkor a $\lambda\mathbf{p}$ vektor első eleme egységnyi, a többi elem pedig azt mutatja meg, miként aránylik a többi régió termelésének átlagos árszínvonala az 1. régió termelésének átlagos árszínvonalához. Az 1. régió helyett természetesen bármelyik régió kibocsátását tekinthetnénk ármércének.

Mivel a változatlan regionális termelési együtthatóknak iménti feltevése a további elemzések során kulcsszerepet játszik, mikroökonómiai tartalmát a következő szakaszban alaposabb vizsgálat tárgyává tesszük.

Mikroökonómiai interpretáció

Tegyük fel az egyszerűség érdekében, hogy csupán három régió van, bár az alábbi értelmezés tetszőleges számú régióra általánosítható. Legyenek a regionális termelési függvények:

[3] A regionális árindexek hazai alakulásával kapcsolatban érdekes észrevételeket tesz Reiff-Zsibók (2008).

$$x_1 = \min\left(\frac{r_{11}}{a_{11}}, \frac{r_{21}}{a_{21}}, \frac{r_{31}}{a_{31}}\right),\ x_2 = \min\left(\frac{r_{12}}{a_{12}}, \frac{r_{22}}{a_{22}}, \frac{r_{32}}{a_{32}}\right),\ x_3 = \min\left(\frac{r_{13}}{a_{13}}, \frac{r_{23}}{a_{23}}, \frac{r_{33}}{a_{33}}\right).$$

A regionális bruttó kibocsátások felhasználását leíró (1) alakú mérlegegyenletek:

$x_1 = r_{11} + r_{12} + r_{13} + y_1$, $x_2 = r_{21} + r_{22} + r_{23} + y_2$ és $x_3 = r_{31} + r_{32} + r_{33} + y_3$

Az inverz parciális hozadéki függvények:

$$\begin{array}{lll} r_{11} = a_{11}x_1 & r_{12} = a_{12}x_2 & r_{13} = a_{13}x_3 \\ r_{21} = a_{21}x_1 & r_{22} = a_{22}x_2 & r_{23} = a_{23}x_3 \\ r_{31} = a_{31}x_1 & r_{32} = a_{32}x_2 & r_{33} = a_{33}x_3 \end{array}$$

Ezek szerint $a_{ij} = \partial r_{ij} / \partial x_j = r_{ij} / x_j$, ami az i-edik régió kibocsátásának mint termelési erőforrásnak a j-edik régióban tapasztalt határ-, illetve átlagtermelékenységének reciprokaként értelmezhető. A kétféle értelmezés lehetőségét az előző pontban említett konstans skálahozadék biztosítja. Vegyük észre ugyanis, hogy az inverz parciális hozadéki függvények behelyettesítése révén kapott

$$x_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n + y_i \quad i = 1, \ldots, n$$

összefüggés nem termelési függvény, hanem továbbra is az i-edik régió kibocsátásának felhasználását leíró összefüggés. Tömörebb formában írva fel iménti mérlegegyenletünket:

$$\mathrm{x} = \mathbf{A}\mathrm{x} + \mathrm{y}, \tag{4}$$

ami pontosan meghatározza a regionális termelési függvények paraméterei és a technológiai együtthatók **A** mátrixának elemei közti kapcsolatot. Mivel ezek az elemek egyúttal a regionális termelési függvények együtthatói, a fentiekből következik az **A** mátrix elemeinek egyik lehetséges értelmezése.

A technológiai együtthatók termelési oldalú értelmezése, a_{ij} megmutatja, hogy a j-edik régió bruttó kibocsátásának egységnyivel történő növeléséhez egyéb feltételek változatlansága esetén az i-edik régió kibocsátásának mekkora többletfelhasználása szükséges. Megjegyzendő, hogy az egyéb feltételek változatlanságán itt nem csupán a többi régió bruttó kibocsátásának változatlanságát értjük, hanem a regionális nettó kibocsátások változatlanságát is.

A technológiai együtthatók azonban más módon is értelmezhetők. Kihasználva, hogy az interregionális piacokon tökéletes versenyt téteieztünk fel, az eladók nem alkalmazhatnak regionális árrétegzést, így elegendő a $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$ regionális árvektor bevezetése. Ha azt tettük volna fel, hogy termékeiket az egyes régiók a különböző régiókban eltérő árakon értékesítik, akkor az interregionális árrendszert egy olyan mátrix írná le, melynek p_{ij} eleme azt mutatja meg, hogy egységnyi kibocsátást az i-edik régió milyen áron értékesít a j-edik régióban. Ebben az esetben azonban le kellene mondanunk Leontief input-output modelljének felhasználásáról.

A regionális költségfüggvények felírása során a mikroökonómiában megszokott módon az inverz parciális hozadéki függvényeket használjuk fel:

$$C_1(x_1) = p_1 r_{11} + p_2 r_{21} + p_3 r_{31} = p_1 a_{11} x_1 + p_2 a_{21} x_1 + p_3 a_{31} x_1$$
$$C_2(x_2) = p_1 r_{12} + p_2 r_{22} + p_3 r_{32} = p_1 a_{12} x_2 + p_2 a_{22} x_2 + p_3 a_{32} x_2$$
$$C_3(x_3) = p_1 r_{13} + p_2 r_{23} + p_3 r_{33} = p_1 a_{13} x_3 + p_2 a_{23} x_3 + p_3 a_{33} x_3$$

A jobb oldali egyenleteket ismét az inverz parciális hozadéki függvények felhasználása révén kaptuk. Termékegységre felírva a fenti összefüggéseket, azaz x_i-vel osztva, a jobb oldalon maradó skalárszorzatok vektora: $\mathbf{A_c} = \mathbf{pA}$, ahol $\mathbf{A_c}$ a regionális bruttó kibocsátásokhoz tartozó átlagköltségek vektora. A j-edik régióban folytatott termelés átlagköltsége ezek szerint a regionális árvektor és az $\mathbf{A}$ mátrix j-edik oszlopának skalárszorzata. Könnyen látható továbbá a fenti összefüggésekből, hogy $\partial(C_j / x_j) / \partial p_i = a_{ij}$, tehát az előző pontban folytatott költség oldalú elemzés során kapott értelmezéshez jutottunk. Mivel a termékegységre eső hozzáadott érték az eladási ár és az átlagköltség különbségeként adódik, $\mathbf{c} = \mathbf{p} - \mathbf{A_c}$, amiből:

$$\mathbf{p} = \mathbf{pA} + \mathbf{c}. \tag{5}$$

Részletesebben szemügyre véve a fenti egyenletrendszer i-edik egyenletét:

$$p_i = p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \ldots + p_n a_{nj} + c_j,$$

a technológiai együtthatók költség oldalú értelmezése adódik. Eszerint a_{ij} megmutatja, hogy amennyiben az i-edik régió termékeinek árszínvonala egységnyivel emelkedik, egyéb feltételek változatlansága esetén ez miként érinti a j-edik régió termékeinek árszínvonalát. A ceteris-paribus feltevés ezúttal sem csupán a többi regionális árszínvonal változatlanságát köti ki, hanem a termékegységre eső működési eredmények konstans voltát is.

Tisztázandó még, hogy modellünk miként veszi figyelembe az egyik régióból a másikba történő szállítás problémáját. Annak érdekében, hogy minél nagyobb mértékben felhasználhassuk a Leontief input-output modelljével kapcsolatos eredményeket, a Samuelson-féle jéghegy-elvet (Varga 2006) követve föltesszük, hogy az interregionális vásárlások során a tranzakcióban részt vevő termékek egy része a szállítási költségeket finanszírozva eltűnik a rendszerből. Ez azt jelenti, hogy a technológiai együtthatók valójában nem csupán az egyes régiókban alkalmazott termelési technológiától függenek, hanem a két régió közti szállítási költségektől is. A technológiai együtthatók termelési oldalú értelmezését tekintve rögtön látható, hogy annál nagyobb az a_{ij} együttható értéke, minél távolabb van az i-edik régió a j-ediktől, illetve minél rosszabb a két régió között meglévő közlekedési infrastruktúra. (Mindez természetesen csak részben határozza meg a_{ij} értékét, az továbbra is függ a j-edik régióban alkalmazott termelési technológiától is.)

Felidézve a technológiai együtthatók költség oldalú elemzését, nem triviális azonban, hogy az i-edik régióban bekövetkező árszínvonal-emelkedés miért eredményezi a szállítási költségek emelkedését. A probléma megoldása érdekében legegyszerűbb azzal a feltevéssel élnünk, hogy a szállítási teljesítményeket mindig az eladást végző régió nyújtja.

Mindezek után joggal bírálható modellünk a technológiai együtthatók funkciókkal való túlterheltsége miatt. Ennek hozama azonban a Leontief input-output modelljével fennálló szoros analógia, mely a további elemzést nagymértékben megkönnyíti, lehetővé téve a Simon–Hawkins-feltételek és a Perron–Frobenus-tételek alkalmazását.

Azt kaptuk tehát, hogy a rendelkezésre álló adatok alapján az előző pontban felépített modell mikroökonómiai hátterét a jelen pont elején definiált Leontief-típusú termelési függvények adják. Ez rögtön rávilágít modellünk fő gyengeségére: az egyes régiókban folyó termelőtevékenység során a más régiókból vásárolt inputok egymással nem helyettesíthetők, hanem azok mindig rögzített arányban kerülnek felhasználásra. Háromszektoros példánkban az 1. régió a másik két régió kibocsátását mindig $r_{21} / r_{31} = a_{21} / a_{31}$ arányban vásárolja. De ugyanígy rögzített az arány a saját felhasználás és valamely más régiótól történő vásárlás között is. A felhasználási arányok azonban több ok miatt is megváltozhatnak:

- az árarányok változása miatt,
- a szállítási infrastruktúrában végbement változások hatására,
- a termelési technológia megváltozása miatt,
- a fogyasztói preferenciák módosulása következtében.

Az árarányokkal kapcsolatban két megjegyzést kell tennünk. Egyrészt kézenfekvő ugyan föltenni, hogy a termelők a drágább erőforrást igyekeznek olcsóbbal helyettesíteni, azonban amint arra már Meade (1961) is felhívta a figyelmet, különösen rövid távon nem világos, miként helyettesíthető a drága erőforrás egy olcsóbbal. Ha például csupán egyetlen régió állít elő kokszolásra alkalmas szenet, és csupán egyetlen másik régió termel vasércet, akkor az acélgyártást folytató régiók az árarányoktól függetlenül csupán ezekből a régiókból szerezhetik be ezeket a rögzített arányban felhasználható, nélkülözhetetlen erőforrásokat. A nyersvas vagy a koksz árának megváltozása ebben az esetben nem eredményezi a regionális felhasználási arányok megváltozását. Ez a példa rávilágít arra, hogy térgazdasági problémák vizsgálata során nem csupán a rövid táv versus hosszú táv kérdéséről van szó. A felhasználási arányok merevségének hátterében ugyanis

- éghajlati adottságok (nem mindenhol termeszthető minden növény),
- ásványkincsekkel való ellátottság mértéke,
- településszerkezet (urbanizáció hatása a fogyasztási javak keresletének térbeli eloszlására)

is meghúzódhatnak. Másrészt az ármechanizmus hatékony működését akadályozó reálmerevségek jelentős mértékben megnehezíthetik az árarányok megváltozását. Mindezek alapján azt mondhatjuk, hogy legalábbis rövid távon a rögzített felhasználási arányok feltevésének van realitása. A termelési technológia, illetve a szállítási infrastruktúra megváltozásának kérdésére a súlyos regionális egyenlőtlenségek felszámolásával foglalkozó részben még visszatérünk, a fogyasztói preferenciákkal kapcsolatban azonban mindvégig feltesszük, hogy változatlanok. E föltevés jogosultságát támasztja alá, hogy a fogyasztói preferenciák is részben földrajzi adottságok által meghatározottak. A ruházati cikkek keresletének éghajlat általi meghatározottsága éppúgy ismert, mint az élelmiszerek keresletének vallási előírásokkal fennálló összefüggése. De más a reprezentatív fogyasztó preferenciája egy olyan régióban, ahol az idegenforgalom a meghatározó, s megint más ott, ahol a bányászat a domináns ágazat.

Regionális egyenlőtlenségek

Az előző szakaszban megkonstruált **A** mátrix elemeinek az eddigiekben csupán annyi jelentőségük volt, hogy szignifikánsan különböztek-e zérótól vagy sem. Ebben a szakaszban megmutatjuk, milyen szerepet játszanak ezek az elemek a regionális egyenlőtlenségek létrejöttében. Vizsgálódásainkat néhány példával kezdjük, majd a Zalai (2012) könyvében ismertetett matematikai apparátust felhasználva tisztázzuk, milyen esetben kell súlyos regionális egyenlőtlenségek kialakulásával számolni.

Mindenekelőtt azonban el kell döntenünk, hogy a regionális egyenlőtlenségek súlyosságát a regionális bruttó kibocsátások $\mathbf{x}$, vagy a nettó kibocsátások $\mathbf{y}$ vektora alapján ítéljük meg. A legegyszerűbb eset az, amikor egyik a másiknak skalárszorosa, hiszen ilyenkor mindegy, melyik vektort választjuk. A (4) összefüggés szerint $\mathbf{y} = (1 - \lambda)\mathbf{x}$ esetén $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$, és így $\mathbf{x}$ az $\mathbf{A}$ mátrix jobb oldali sajátvektora, λ pedig a hozzá tartozó sajátérték. Felírva a (4) egyenletet:

$$\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} + \mathbf{y}, \tag{7}$$

amiből rögtön adódik egy fontos észrevétel: csakis abban az esetben lehet valamennyi régió nettó kibocsátása pozitív, ha $0 < \lambda < 1$. Bár ebben az esetben is előfordulhat, hogy az egyes régiók bruttó, illetve nettó kibocsátásai jelentős mértékben eltérnek egymástól, ezeket az egyenlőtlenségeket a továbbiakban mégsem tekintjük súlyosnak, hiszen egyetlen régió sem szorul külső finanszírozásra. Ez a meghatározás már csak azért is ésszerű, mert semmit nem tudunk az egyes régiók méretéről és az azokban rendelkezésre álló fizikai és humánerőforrások mennyiségéről. Szemügyre véve azonban a (7) egyenletet, felmerül a kérdés, hogy miként kell értelmezni a komplex és a negatív valós sajátértékeket, és a pozitív, valós sajátértékekhez tartozó azon sajátvektorokat, melyeknek egyaránt vannak pozitív és negatív elemei.

A Zalai (2012) könyvében ismertetett Perron–Frobenius-tételek[5] segítik a probléma tisztázását. Ezek szerint az előző pontban definiált, teljesen összefüggő gazdaság (azaz az **A** mátrix irreducibilitása) esetén a technológiai együtthatók mátrixának egy és csak egy pozitív sajátértéke van, és csak ehhez léteznek nemnegatív sajátvektorok. A negatív sajátértéknek nem tulajdonítunk közgazdasági jelentőséget, hisz ebben az esetben a nettó kibocsátás meghaladná a bruttó kibocsátást, ami nonszensz. $\lambda > 1$ esetén pozitív bruttó kibocsátás mellett negatív nettó kibocsátások adódnak, melyek a külső forrásbevonás szükséges mértékét adják meg az egyes régiókban. Mivel azt szeretnénk tisztázni, hogy ez az eset mikor merül fel, ezért a regionális egyenlőtlenségek súlyosságát a nettó kibocsátások vektora alapján fogjuk megítélni.

Mindezek alapján azt mondjuk, hogy ***súlyos regionális egyenlőtlenség*** abban az esetben fordul elő, ha létezik olyan régió, melynek nettó kibocsátása negatív.

Néhány számpélda

Az egyszerűség, de a centrum-periféria modellekkel való analógia elkerülése érdekében is, tekintsünk egy három régióból álló gazdaságot! Legyen az **A** mátrix és a regionális bruttó kibocsátások **x** vektora a következő:

$$A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 0,6 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Felírva a (4) összefüggést:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = x = Ax + y = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 0,6 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,3 \\ 0,3 \\ 0,3 \end{pmatrix} \qquad (8)$$

[5] Lásd még Perron (1907).

Mint látható, ebben a három régióból álló gazdaságban a teljes reál GDP 0.3 egység. Csakhogy ezt úgy kapjuk, hogy az 1. régióban negatív nettó kibocsátás képződik, azaz az 1. régió nem képes önmagát eltartani, s az itt képződő negatív regionális működési eredményt a másik két régiónak kell finanszíroznia. Tehát ebben a példában súlyos regionális egyenlőtlenségről beszélhetünk.

Ez a súlyos regionális egyenlőtlenség azonban a regionális bruttó kibocsátások egyidejű növelése révén megszüntethető:

$$\begin{pmatrix} 21 \\ 28 \\ 23 \end{pmatrix} = x = Ax + y = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 0,6 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 21 \\ 28 \\ 23 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,3 \\ 0,3 \end{pmatrix} \tag{9}$$

Most az 1. régió ugyan semmivel nem járul hozzá a három régióból álló gazdaság GDP-jéhez, de legalább képes finanszírozni saját termelőszükségleteit. Még tovább növelve a regionális bruttó kibocsátásokat, az első régió is produktívvá válik:

$$\begin{pmatrix} 39 \\ 51 \\ 42 \end{pmatrix} = x = Ax + y = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 0,6 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 39 \\ 51 \\ 42 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,3 \\ 0,3 \end{pmatrix} \tag{10}$$

Ebben a példában teljes a regionális egyenlőség: mindhárom régió nettó kibocsátása azonos. Összehasonlítva a három példát, a regionális bruttó és nettó kibocsátások itt bemutatott növekedése ugyan irreális mértékű, mégis rávilágít arra a tényre, hogy bizonyos esetekben a kibocsátás növelésével a súlyos regionális egyenlőtlenségek megszüntethetők. Ez magyarázza a gazdasági növekedés jelentőségét a regionális közgazdaságtanban. A növekedés azonban nem minden esetben képes megoldani a súlyos regionális egyenlőtlenségek problémáját. Tekintsük az alábbi példát:

$$\begin{pmatrix} 51 \\ 42 \\ 39 \end{pmatrix} = x = Ax + y = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 0,6 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 51 \\ 42 \\ 39 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7,8 \\ -6,3 \\ -5,1 \end{pmatrix} \tag{11}$$

Amint látható, a (10) példához képest mindössze annyi a változás, hogy a bruttó kibocsátások regionális megoszlása módosult. Ez azonban olyan súlyos regionális egyenlőtlenségekhez vezetett, melyek a teljes gazdaság külső finanszírozását teszik szükségessé. Hiba lenne tehát a (8)–(10) példákat oly módon értelmezni, hogy a súlyos regionális egyenlőtlenségek megszüntetése kizárólag a gazdasági növekedés révén lehetséges. Gyakran egyszerűbb megoldást jelent a bruttó kibocsátás regionális megoszlásának módosítása.

Megmutatjuk azt is, hogy bizonyos esetekben a bruttó kibocsátások növelése hatástalan. Módosítsuk az eddigi példákban szereplő termelési technológiát oly módon, hogy tegyük fel, a 2. régió bruttó kibocsátásának egységnyi növeléséhez a 3. régió kibocsátásából nem 0,1, hanem 0,2 egység szükséges! **B**-vel jelölve a technológiai együtthatók így kapott mátrixát, a (10) példában bemutatott összefüggés a következők szerint alakul:

$$\begin{pmatrix} 39 \\ 51 \\ 42 \end{pmatrix} = \mathrm{x} = \mathrm{Bx} + \mathrm{y} = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0{,}3 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 39 \\ 51 \\ 42 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}3 \\ -4{,}8 \end{pmatrix} \qquad (12)$$

Változatlan regionális bruttó kibocsátások esetén a termelési technológia iménti megváltozása tehát súlyos regionális egyenlőtlenségek megjelenését eredményezi. A továbbiakban látni fogjuk, hogy a technikai együtthatók így módosított **B** mátrixa esetén sem a bruttó kibocsátások növelése, sem másfajta átrendezése nem alkalmas ezen súlyos egyenlőtlenségek kiküszöbölésére.

Súlyos regionális egyenlőtlenségek

Ebben a pontban azt a kérdést vizsgáljuk, hogy adott regionális technológiai együtthatók esetén létezik-e a regionális bruttó kibocsátások olyan **x** vektora, melynek előállítása esetén nem jelentkeznek súlyos regionális egyenlőtlenségek, azaz a regionális nettó kibocsátások **y** vektorának valamennyi eleme nemnegatív. Kapcsolódva az előző pontban bemutatott példákhoz, azt tisztázzuk, hogy miért létezik a regionális technológiai együtthatók (11) egyenletben szereplő mátrixához a regionális bruttó kibocsátásoknak olyan vektora, mely nemnegatív nettó kibocsátásokat eredményez, és miért nem létezik ilyen vektor a (12) példában szereplő mátrixhoz.

Mindenekelőtt fejezzük ki **x**-et a (4) egyenletből:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})\text{–}1\mathbf{y} = \mathbf{L}\mathbf{y}, \tag{13}$$

ahol a jobb oldalon álló **L** mátrix az **A** mátrix Leontief-inverze. Mivel ez a mátrix a továbbiakban alapvető fontosságú lesz, érdemes végiggondolni elemeinek közgazdasági értelmezését. Felírva egyet a (13) egyenletek közül, ***a Leontief-inverz termelési oldalú értelmezése*** egyszerűen adódik. Rögtön látszik ugyanis, hogy

$$x_i = l_{i1}y_i + l_{i2}y_2 + \ldots + l_{in}y_n,$$

amiből $\partial x_i / \partial y_j = l_{ij}$, tehát a Leontief-inverz i-edik sorának j-edik eleme azt mutatja meg, hogy mennyivel kell az i-edik régió bruttó kibocsátását növelni, a j-edik régió nettó kibocsátásának egységnyi növelése érdekében.

Szemügyre véve a (13) egyenletet, rögtön látszik, hogy ha

1. a regionális bruttó kibocsátások pozitívak, továbbá
2. létezik az **A** mátrix Leontief-inverze és
3. a Leontief-inverz valamennyi eleme nemnegatív,

akkor a regionális nettó kibocsátások vektora is nemnegatív.

A Simon–Hawkins által adott feltételek szerint (Hawkins-Simon 1949) igaz a fenti állítás fordítottja is: csakis abban az esetben létezik a regionális bruttó kibocsátásoknak olyan **x** vektora, melyre a regionális nettó kibocsátások nemnegatívak, ha a fenti 2-3. pontban adott feltételek teljesülnek, azaz létezik az **A** mátrix nemnegatív Leontief-inverze.

A Simon–Hawkins-feltételek azonban ennél többet is mondanak. Egyrészt a nemnegatív Leontief-inverz létezéséhez szükséges és elegendő, hogy a regionális technológiai együtthatók **A** mátrixának legnagyobb valós sajátértéke egynél kisebb legyen. A bizonyítás megtalálható Zalai (2012) könyvében, helyette idézzük fel, hogy a jelen szakasz bevezetőjében említett Perron–Frobenius-tételek miatt fennáll a valós pozitív sajátérték egzisztenciája és unicitása. Láttuk továbbá, hogy a nettó és bruttó kibocsátások régiónként azonos aránya esetén pozitív GDP csakis abban az esetben állítható elő, ha ez a sajátérték egységnyinél kisebb, így az egységnyinél kisebb legnagyobb valós sajátértékre vonatkozó Simon–Hawkins-feltétel a (7) egyenlethez fűzött észrevétel általánosításának is tekinthető. Másrészt a nemnegatív Leontief-inverz létezéséhez szükséges és elegendő, hogy a (6) összegnek $n \to \infty$ esetén létezzen határértéke. Igaz továbbá, hogy ez a határérték, ha létezik, éppen az **A** mátrix Leontief-inverze. Zalai (2012) könyvében ezen tétel bizonyítása is megtalálható, helyette itt csupán annyit jegyzünk meg, hogy minél nagyobbak az **A** mátrix elemei, annál valószínűbb, hogy a (6) összegnek $n \to \infty$ esetén nem létezik határértéke.

Érdemes megjegyezni, hogy nemnegatív Leontief-inverz létezése esetén szokás a termelőrendszer produktivitásáról beszélni, ami a (13) összefüggés mellett más módon is értelmezhető. Az (5) egyenletből kiindulva a

$$\mathbf{p} = \mathbf{c}(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{cL} \tag{14}$$

összefüggéshez jutunk, amelyből figyelembe véve, hogy

$$p_j = c_1 l_{1j} + c_2 l_{2j} + \ldots + c_n l_{nj},$$

a Leontief-inverz költség oldalú értelmezése következik. Eszerint $\partial p_j / \partial c_i = l_{ij}$, és így a Leontief-inverz *i*-edik sorának *j*-edik oszlopában álló elem azt mutatja meg, hogy az egységnyi kibocsátásra eső hozzáadott érték *i*-edik régióban bekövetkező egységnyi növekedése mennyivel növeli a regionális árszínvonalat a *j*-edik régióban.

A (14) összefüggés alapján súlyos regionális egyenlőtlenségről akkor beszélhetünk, ha létezik olyan régió, ahol negatív hozzáadott érték képződik. Mint azt a bevezető *Adatok* alfejezetben láttuk, ilyenkor az adók vagy az import külső finanszírozása szükséges. A jelenség sajnos nem ismeretlen, mivel azonban a Leontief-inverz költség oldalú értelmezése nehezen egyeztethető össze a bevezető *Mikroökonómiai interpretáció* alfejezetben feltételezett reálmerevségekkel, a továbbiakban a termelési oldalú értelmezést helyezzük előtérbe.

A jelen pontban elmondottakból mindazonáltal látható, hogy a súlyos regionális egyenlőtlenségek kialakulásának lehetősége független a termelési vagy költség oldalú értelmezéstől, és a regionális technológiai együtthatók mátrixától függ a Simon–Hawkins-feltételek által megadott módon. Például a *Regionális egyenlőtlenségek* fejezet *Néhány számpélda* alfejezetében bemutatott **A** mátrix legnagyobb valós sajátértéke 0,9932, míg ugyanez az érték a **B** mátrix esetében 1,0112.

Súlyos regionális egyenlőtlenségek felszámolása

Ebben a fejezetben a regionális egyenlőtlenségek problémájával foglalkozunk. Elsősorban azt a kérdést igyekszünk tisztázni, hogy miként számolhatók fel a súlyos regionális egyenlőtlenségek, emellett kitérünk a kevésbé súlyos esetek kezelésére is. A továbbiakban három lehetőséget ismertetünk, anélkül, hogy ezek közül bármelyiknek is kisebb vagy nagyobb jelentőséget tulajdonítanánk. A tárgyalás itt alkalmazott sorrendje a jobb követhetőséget szolgálja: az első alfejezetben még fenntartjuk a merev technológiai koefficiensek föltevését, a következő kettőben pedig módosítjuk azt.

Változatlan technológia és reálmerevség

Vizsgálódásainkat ebben a pontban nem korlátozzuk a súlyos regionális egyenlőtlenségek esetére, hanem az elemzésbe bevonjuk azt az esetet is, amikor a regionális nettó kibocsátások **y** vektorának valamenynyi eleme szigorúan pozitív, de bizonyos régiókban ezek az értékek tarthatatlanul alacsonyak. Egyelőre tegyük fel, hogy az interregionális termelőrendszer produktív, azaz létezik a technológiai együtthatók **L** nemnegatív Leontief-inverze. A (13) összefüggés szerint ebben az esetben a regionális nettó kibocsátások tetszőleges kombinációja előállítható a regionális bruttó kibocsátások alkalmas megválasztása révén. A (8)–(10) példákban láttuk, hogy a regionális bruttó kibocsátások növelése révén nem csupán a súlyos regionális egyenlőtlenségek számolhatók fel, de akár azonos regionális nettó kibocsátások is előállíthatók.

A regionális egyenlőtlenségeknek a regionális bruttó kibocsátások alkalmas megválasztása révén történő felszámolása azonban elsősorban elméleti lehetőség. Fel kell tenni ugyanis a kérdést, hogy mi váltja ki a regionális bruttó kibocsátások elégséges mértékű növekedését, ami a (8)–(10) példákban ráadásul irreálisan nagy. Kézenfekvő válasz, hogy a gazdaságpolitika, ami keresletkorlátos gazdaságban a kormányzati vásárlások alkalmas regionális allokációját jelenti. Ez azonban rövid távon a regionális kapacitáskorlát problémáját veti fel, hosszabb távon pedig az elégséges mértékű kormányzati vásárlások finanszírozásának kérdését. Ugyanakkor érdemes ezekben a példákban megfigyelni, hogy az 1. régió nettó kibocsátásának növekedésével egyidejűleg a másik két régió bruttó kibocsátása is jelentős mértékben növekszik. Ez azért van így, mert az 1. régió nettó kibocsátásának növeléséhez több termék beszerzése szükséges a másik két régióból is. Ha tehát a regionális nettó kibocsátás növekedését valamilyen exogén tényező, például kormányzati vásárlás váltja ki, ennek hatása az adott régió határain túlcsordulva más régiók bruttó kibocsátásának növekedését is előidézheti.

A (13) összefüggés egyfajta regionális volumenmultiplikátor egyenletként is értelmezhető, mely a Leontief-inverz mátrix nemnegativitása esetén a regionális nettó kibocsátások tetszőleges vektorához megadja az ezek előállításához szükséges regionális bruttó kibocsátások vektorát. Ez az összefüggés azonban csak meglehetősen szűk határok között érvényes. Az egyes régiók rendelkezésére álló természeti erőforrások és fizikai tőkejavak ugyanis csökkenő hozadékot eredményeznek, a humántőke pedig növekvő hozadékot, és semmi nem biztosítja, hogy a két hatás eredőjeként a modellben feltételezett állandó hozadék a regionális bruttó kibocsátások jelentős növelése esetén is fennmarad. A korábban bemutatott (8)–(10) példák ebből a szempontból félrevezetők.

Kézenfekvőnek tűnik továbbá a (13) egyenlethez hasonló módon a (14) egyenletet is egyfajta regionális ármultiplikátor egyenletként felfogni. Ez nemnegatív Leontief-inverz létezése esetén meghatározhatná, hogy a termékegységre eső regionális működési eredmény tetszőleges, de a megfigyelttől csak kismértékben eltérő vektorához a regionális árindexek milyen nagysága szükséges. Csakhogy ennek az elméleti lehetőségnek a gyakorlati alkalmazása fölveti a regionális árindexek központi meghatározásának szükségességét, ami a piacgazdaságban lehetetlen. Ugyanakkor a (14) egyenlet alkalmas például a regionális adókedvezmények vagy regionális minimálbér más régiók árszínvonalára kifejtett hatásainak vizsgálatára.

Ezek szerint a regionális gazdaságpolitika problémáinak megoldására hatékony eszköz lehet a (13) regionális volumenmultiplikátor egyenlet. Megmutatjuk azonban, hogy a regionális volumenmultiplikátor-összefüggés felhasználási lehetősége is korlátozott. A (12) példában módosított technológiai mátrix esetén ugyanis nem lehet a regionális bruttó kibocsátások nagyságát úgy megválasztani, hogy az a súlyos regionális egyenlőtlenségek felszámolását eredményezze. A kormányzati vásárlások regionális reallokációja ebben az esetben semmiképp sem éri el a kívánt hatást. Ennek a helyzetnek a felismerésében van óriási jelentőségük a Simon–Hawkins-feltételeknek. Az ilyenkor rendelkezésre álló lehetőségekkel foglalkozik a következő két alfejezet.

Kisebb fokú reálmerevség

Ebben az alfejezetben a súlyos regionális egyenlőtlenségek azon esetével foglalkozunk, amikor ezek oka az interregionális termelőrendszer improduktivitásában áll, tehát a technológiai együtthatók **A** mátrixának nem létezik nemnegatív Leontief-inverze. Ebben az esetben az **A** mátrix elemeinek a megváltozását kell elérni. A bevezető *Mikroökonómiai interpretáció* alfejezetében láttuk, hogy ezek az elemek részben az egyes régiókban alkalmazott termelési technológiától függenek, azt pedig, hogy ez a technológia milyen arányban használja más régiók termékeit, egyebek mellett a regionális árarányok alakulása határozza meg.

Tekintsük most a j-edik régiót, és tegyük fel, hogy az ott rendelkezésre álló termelési technológia a Leontief-típusú termelési függvény helyett az alábbi folytonos, de továbbra is lineárisan homogén termelési függvény által meghatározott:

$$x_j = F_j\,(r_{1j}, r_{2j}, \ldots, r_{nj})\ ,$$

ahol a jelölések a korábban bevezetettekkel azonosak. Megjegyzendő, hogy az F szimbólum alsó indexében szereplő j változó ezúttal nem parciális deriváltra utal, hanem arra, hogy a termelési függvény a j-edik régió rendelkezésére álló termelési technológiát írja le. A mérlegelt határtermelékenységek standard mikroökonómiából ismert törvénye szerint a profitmaximalizáló termelés elsőrendű feltétele:

$$\frac{\dfrac{\partial F_j}{\partial r_{ij}}}{\dfrac{\partial F_j}{\partial r_{kj}}} = \frac{p_i}{p_k} \qquad (i,\, k = 1, \ldots, n).$$

Mivel a reálmerevség a regionális árindexek arányainak változatlanságát jelenti, nagyfokú reálmerevség esetén a fenti egyenletek jobb oldalán szereplő tört értéke konstans. Ismert továbbá (pl. Zalai 2012), hogy a homogenitás miatt ekkor r_{ij} / r_{kj} is konstans. Továbbá a lineáris homogenitás miatt termelési függvényünk mindkét oldalát r_{ij}-vel osztva:

$$\frac{x_j}{r_{ij}} = Fj\left(\frac{r_{1j}}{r_{ij}}, \frac{r_{2j}}{r_{ij}}, \ldots \frac{r_{nj}}{r_{ij}}\right).$$

Ez azt jelenti, hogy a regionális árindexek változatlansága esetén az F_j regionális termelési függvény valamennyi változója konstans. Másrészt a *Mikroökonómiai interpretáció* alfejezetben adott értelmezés szerint $x_j / r_{ij} = 1 / a_{ij}$. Azt kaptuk tehát, hogy a regionális termelés során tanúsított profitmaximalizáló magatartás nagyfokú reálmerevség esetén a technológiai együtthatók változatlanságát eredményezi. Mindezek alapján kézenfekvő, hogy a reálmerevség alacsonyabb foka esetén a p_i / p_j regionális árindexek aránya megváltozhat, ami az egyes régiók kibocsátása közötti technikai helyettesítés határrátáinak módosulását eredményezi. Ez megváltoztatja az egyes régiók termékeinek felhasználási arányát, ami a technológiai együtthatók, azaz az **A** mátrix elemeinek megváltozását vonja maga után. Szerencsés esetben az így megváltozott **A** mátrix már egy produktív interregionális termelőrendszert fog meghatározni. A kérdés csupán az, hogy számítani lehet-e egy ilyen irányú ,,szerencsés” változásra. A tisztázáshoz célszerű problémánkat az általános egyensúlyelmélet fogalmi rendszerében szemügyre venni. Eszerint minden egyes régiót az interregionális piac egy-egy szereplőjének fogunk fel. Eltekintve a reálmerevségektől, a walrasi árverező működését tételezzük fel, mely szerint:

$$\frac{dp_i}{dt} = \phi_i\,(r_{i1} + r_{i2} + \ldots + r_{in} - x_i), \quad i = 1, \ldots, n\,,$$

ahol az egyenlet bal oldalán az i-edik regionális árindex idő szerint vett deriváltja áll, a ϕ_i függvényre pedig az alábbi tulajdonságok teljesülnek:

- folytonos,
- szigorúan monoton növekvő,
- $\phi_i = 0$.

Érdemes megjegyezni, hogy e függvény argumentumában az i-edik régió kibocsátása iránti túlkereslet nagysága áll, és az ott szereplő $n + 1$

tag mindegyike a regionális profitmaximum feltételéből adódik. Az általános egyensúlyelmélet újabb irodalmából[5] tudjuk, hogy ebben az esetben a walrasi egyensúly egzisztenciája és stabilitása biztosított, unicitásával kapcsolatban pedig csupán annyi megszorítást kell tenni, hogy az egyensúlyi árvektor tetszőleges pozitív konstanssal vett szorzata is egyensúlyi.

Azt kaptuk tehát, hogy a gazdaságban fellelhető reálmerevségek feloldása a súlyos regionális egyenlőtlenségek megszűnését eredményezi. Csakhogy előfordulhat, hogy a súlyos regionális egyenlőtlenségek megszűnéséig hátralévő idő politikai szempontból vállalhatatlanul hosszú. Másrészt az újkeynesi közgazdaságtan éppen e reálmerevségek kiküszöbölhetetlenségét vallja. Ezért a következő pontban azt a kérdést vizsgáljuk meg, hogy mit lehet tenni, ha a gazdaságban mutatkozó reálmerevségek nem szüntethetők meg.

Technológiai javulás

A *Változatlan technológia és reálmerevség* alfejezetben láttuk, hogy az a_{32} technológiai együttható növekedése esetén növekszik a technológiai együtthatók **A** mátrixának legnagyobb valós sajátértéke. Ez a jelenség általában is igaz, többek között ezt mondja ki a Zalai (2012) által ismertetett Perron–Frobenius-tételek egyike. Eszerint egy teljesen összefüggő gazdaságban (azaz az **A** mátrix irreducibilitása esetén) bármely technológiai együttható csökkenése a legnagyobb valós sajátérték csökkenését eredményezi.

A tétel jelentősége abban áll, hogy nagyfokú reálmerevség esetén is rámutat a technológiai együtthatók csökkentésének fontosságára. A technológiai együtthatók csökkenésével ugyanis egy improduktív interregionális termelőrendszer produktívvá válhat, ami a *Változatlan technológia és reálmerevség* alfejezetben bemutatott módon nagyfokú reálmerevség mellett is lehetőséget biztosít a súlyos regionális egyenlőtlenségek felszámolására.

A technológiai együtthatók csökkentésének értelmezése szükségessé teszi a bevezető *Mikroökonómai interpretáció* alfejezetében mondottak

[5] Részletesebb irodalmi hivatkozások találhatók pl. Bessenyei (2007).

felidézését. Eszerint a csökkentés kétféleképpen valósulhat meg. Egyrészt a termelési technológia javítása, másrészt az interregionális szállítási költségek csökkentése révén. A (12) példában ez jelentheti a **B** mátrixról az **A** mátrixra történő áttérést, ami kétféleképpen értelmezhető:

1. A 2. régióban bekövetkezett technikai haladás eredményeként egységnyi bruttó kibocsátás előállításához a korábbinál kevesebb termék megvásárlása szükséges a 3. régióból.

2. Csökkent a 3. régióból a 2. régióba történő szállítás költsége.

Példánkban az 1. értelmezés tűnik helytállónak, mert a szállítási költség csökkenése minden bizonnyal érinti az ellenkező irányba történő szállításokat is, azonban a technológiai együtthatók mátrixának a_{23} eleme változatlan.

Érdemes megfigyelni, hogy a saját termelési igényeit saját forrásból finanszírozni képtelen, ennélfogva legelmaradottabbnak tűnő 3. régió termelési függvényének paraméterei változatlanok, így ott nem ment végbe technikai haladás. Nem feltétlenül igaz tehát az a kézenfekvőnek látszó szabály, mely szerint mindig a legelmaradottabb térségekben szükséges a technikai haladás kormányzati előmozdítása.

További kérdés azonban, hogy az egyes technikai együtthatók milyen mértékű csökkentése eredményezi az együtthatómátrix legnagyobb valós sajátértékének egységnyi szint alá csökkenését, ami a Simon–Hawkins feltételek értelmében lehetővé teszi a súlyos regionális egyenlőtlenségek felszámolását. E kérdés megválaszolásában lehet segítségünkre Gerschgorin numerikus analízisből jól ismert tétele (Stoyan–Takó 1996). A Perron–Frobenius-tételekből ugyanis nem következik, hogy a legnagyobb pozitív valós sajátértéknek nem létezhet egységnyinél nagyobb alsó korlátja, melyet e sajátérték a regionális technológiai együtthatók csökkentésével felülről közelít ugyan, de soha el nem ér.

Gerschgorin tétele szerint az **A** mátrix valamennyi λ sajátértékére teljesül, hogy

$$|\lambda - a_{ii}| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} a_{ij} = R_i \,.$$

A tétel következménye, hogy a súlyos regionális egyenlőtlenségek biztosan felszámolhatók abban az esetben, ha a technológiai együtthatók mátrixában valamennyi sorösszeg egynél kisebb. Megjegyzendő, hogy ez csupán a súlyos regionális egyenlőtlenségek megszüntethetőségének elegendő, de nem szükséges feltétele. Ennek belátásához elegendő csupán a bemutatott mátrixra utalni, ahol a második sorban szereplő együtthatók összege egynél nagyobb. A példánkban bemutatott esettel szemben azonban nagyobb a valószínűsége annak, hogy a második régióban végrehajtott technológiai fejlesztés a technológiai együtthatók mátrixának második oszlopában nem csupán az utolsó elemet csökkenti, hanem valamennyit, ami szerencsés esetben a legnagyobb valós pozitív sajátérték csökkenését eredményezheti. Természetesen a 3. régió technológiai fejlesztése is hatásos lehet, Gerschgorin tétele értelmében biztosan produktív interregionális termelőrendszerhez jutunk, ha a **B** mátrixról a technológiai együtthatók

$$\begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 0,6 & 0,05 \\ 0,4 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}$$

mátrixára térünk át.

A súlyos regionális egyenlőtlenségek megszüntethetőségének fenti elegendőségi feltételében a technológiai mátrix sorösszegeire adott $a_{ii} + R_i < 1$ feltételnél azonban kevésbé szigorú, ám valamivel komplikáltabb feltétel is adható. Gerschgorin tétele szemléletesen azt jelenti, hogy a komplex számsíkon valamennyi sajátérték egy-egy olyan, úgynevezett Gerschgorin-körben helyezkedik el, mely középpontjának mindkét koordinátája a technológiai együtthatómátrix főátlójának egy-egy eleme, sugara pedig az adott sorban található többi elem összegeként adódik. A Perron–Frobenius-tételekből tudjuk, hogy teljesen összefüggő termelőrendszerek esetében a legnagyobb valós sajátérték egzisztenciája, unicitása és pozitivitása biztosított. Így a legnagyobb valós pozitív sajátérték a Gerschgorin-kör valós tengely által meghatározott húrján helyezkedik el. Az i-edik Gerschgorin-kör egyenlete:

$$(u - a_{ii})^2 + v^2 = R_i^2,$$

ahol u az i-edik sorhoz tartozó sajátérték valós része, v pedig a képzetes rész együtthatója. Alkalmazva a valós tengelyen fennálló $v=0$ egyenlőséget: $(u - a_{ii})^2 = R_i^2$, amiből azt kapjuk, hogy a legnagyobb pozitív valós sajátérték is az $[a_{ii} - R_{ii}, a_{ii} + R_{ii}]$ intervallumba esik, ahol i a mátrix azon sorára mutat, melyben az elemek összege maximális.

Mindezek alapján már világos a technológiai együtthatók csökkentésének legnagyobb valós pozitív sajátértékre kifejtett hatása. Láttuk, hogy ez a sajátérték szükségképpen beleesik a fent megadott intervallumba. Legyen az i-edik a legelmaradottabb régió, negatív nettókibocsátással! Az e régióban végbemenő technológiai fejlesztés a_{ii} értékét csökkenti, a bármelyik másik régióban végbemenő fejlesztés pedig R_i értékét. De mindkettő a fenti intervallum felső végpontjának csökkenését eredményezi. Ha sikerül ezt a végpontot egységnyi szint alá csökkenteni, a (13) regionális volumenmultiplikátor összefüggés felhasználása révén lehetővé válik a súlyos regionális egyenlőtlenségek felszámolása.

Következtetések, további kutatási irányok

Dolgozatunk legfontosabb következtetése, hogy Leontief input-output modellje előnyösen alkalmazható a termelőfolyamat térbeli eloszlására koncentráló modellekben. Ennek egyik oka a modell szerény adatigénye, a másik pedig a modellhez rendelkezésre álló matematikai apparátus: elsősorban a Simon–Hawkins-feltételek és a Perron–Frobenius-tételek.

Vizsgálódásaink során nem volt ugyan cél a Zalai (2012) könyvében ismertetett többszektoros makrogazdasági elemzésekkel fennálló analógián túlmutató apparátus kifejlesztése és alkalmazása, mégis sikerült rámutatni a súlyos regionális egyenlőtlenségek felszámolásának három lehetőségére. Ezek a regionális bruttó kibocsátások megváltoztatása, a regionális árarányok változatlanságát előidéző reálmerevségek megszüntetése és a technikai haladás egyes régiókban történő előmozdítása.

Dolgozatunk fő eredménye a *Technológiai javulás* alfejezetben annak megmutatása, hogy amennyiben a súlyos regionális egyenlőtlenségek felszámolása technikai fejlesztés révén valósul meg, ennek nem feltétlenül a legelmaradottabb régióban kell végbemennie, a máshol végrehajtott fejlesztés is alkalmas a probléma megoldására. Ez az eredmény már csak azért is érdekes, mert az interregionális tudásáramlás által eredményezett növekvő hozadékot teljes mértékben figyelmen kívül hagytuk.

A fenti eredmények alapján a további kutatások két lehetséges iránya rajzolódik ki. Az egyik a merev felhasználási arányok feloldása, mely pl. Wing (2004) munkáját követve egy regionális általános egyensúlyi modell irányába mutat, ilyent ismertet Járosi és szerzőtársai (2009). Ennek során a regionális termelési függvények becsléséhez, illetve kalibrálásához szükséges további információk beszerzése támasztja talán az egyik legnagyobb nehézséget. További nehézséget jelenthet, hogy bár az így kapott nemlineáris modell megoldására ma már számos lehetőség áll rendelkezésre, a jelen dolgozatban felhasznált eredményeket meghaladó matematikai apparátus szükséges annak meghatározásához, hogy mi módon küszöbölhetők ki a súlyos regionális egyenlőtlenségek.

A további kutatások másik lehetséges iránya a regionális bruttó kibocsátások ágazatok szerint történő dezaggregálása. Ebbe az irányba mutatnak például Szanyi és szerzőtársai (2009) vagy Rózsa (2010) vizsgálódásai. A jelen dolgozatban bemutatott apparátus többszektoros kiterjesztéséhez szükséges regionális szintű ágazati kapcsolatok mérlegeinek előállítása ugyan lehetségesnek tűnik, ám további kérdés, hogy az ezekből felépített háromdimenziós mátrixokra kiterjeszthetők-e a Simon–Hawkins-feltételek és a Perron–Frobenius-tételek. Ráadásul semmi nem biztosítja az ágazatok és régiók számának megegyezését, így az elemzés tárgyát képező háromdimenziós mátrixok elemszáma nem minden dimenzióban azonos: nem kockát alkotnak, inkább négyzetes oszlopot. Az imént hivatkozott két cikk alapján mégis úgy tűnik, lenne igény az így továbbfejlesztett apparátus felhasználására.

Irodalomjegyzék

Bessenyei I. 2007. *A makroökonómia és makrogazdasági politika újabb elméletei*. Pécs: Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar.

Hawkins, D.–Simon, H. A. 1949. Note: Some conditions of macroeconomic stability. *Econometrica* 17, 245–248.

Járosi, P.–Koike, A.–Thissen, M.–Varga A. 2009. *Regionális fejlesztéspolitikai hatáselemzés térbeli számítható általános egyensúlyi modellel: a GMR-Magyarország SCGE modellje* (műhelytanulmány sorozat). PTE-KTK Közgazdasági és Regionális Tudományok Intézete (Sorozatszerkesztő: Varga Attila), 2009/4.

Meade, J. E. 1961. *A Neo-Classical Theory of Economic Growth*. London: Allen and Unwin.

Perron, O. 1907. Zur Theorie der Matrizen. *Mathematische Annalen* 64, 248–263.

Reiff Á.–Zsibók Zs. 2008. *Az infláció és az árazási magatartás regionális jellemzői Magyarországon, mikroszintű adatok alapján* (műhelytanulmány sorozat). PTE KTK Közgazdasági és Regionális Tudományok Intézete (Sorozatszerkesztő: Varga Attila). 2008/1

Rózsa G. 2010. A fogyasztási és jövedelmi viszonyok regionális különbségeinek alakulása 1994 és 2007 között. *Statisztikai Szemle* 88(4), 371–395.

Stoyan, G.–Takó G. 1996. *Numerikus módszerek I–III.* Budapest: ELTETypotex.

Szanyi M.–Csizmadia P.–Illéssy M.–Iwasaki I.–Makó Cs. 2009. A gazdasági tevékenység sűrűsödési pontjainak (klaszterek) vizsgálata. *Statisztikai Szemle* 87(9), 921–936.

Varga A. 2006. *Térszerkezet, technológiai fejlődés és makrogazdasági növekedés*. PTE-KTK Regionális Politika és Gazdaságtani Doktori Iskola, Habilitációs előadások, 7. (Sorozatszerkesztő: Buday-Sántha Attila). Pécs: Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar.

Wing, S. 2004. *Computable General Equilibrium Models and their Use in Economy-Wide Policy Analysis*. MIT Joint Program on the Science and Policy of Global Change. Cambridge: MIT.

Zalai E. 2012. *Matematikai közgazdaságtan II. Többszektoros modellek és makrogazdasági elemzések*. Budapest: Akadémiai Kiadó.